

НЯКОИ ПЕДАГОГИЧЕСКИ ПОДХОДИ ПРИ ПРЕПОДАВАНЕ НА МАТЕМАТИКА ЗА ИКОНОМИСТИ

Росен Николаев, Танка Милкова

Резюме. Традиционно математиката е трудно разбираема за голяма част от учениците, респективно студентите, особено тези, които изучават математиката като помощен инструмент за овладяване на специалните дисциплини. С оглед доброто осмисляне и овладяване на математически понятия, които често изглеждат твърде абстрактни за студентите, се налага да се прилагат различни педагогически подходи. В настоящия доклад се представят някои методи за преподаване на математика за икономисти, които са базирани на разясняване на същността на математическите понятия чрез реални икономически примери.

Ключови думи: Педагогика, Математика за икономисти.

Въведение

Традиционно математиката е трудно разбираема за голяма част от учениците, респективно студентите, особено тези, които изучават математиката като помощен инструмент за овладяване на специалните дисциплини. През последните години се наблюдава все по-осезаемо тревожната тенденция към намаляване на математическата грамотност на студентите, което считаме, че оказва негативно влияние върху цялостния процес на обучението им във висше образование, независимо от избраната специалност. Проблемът с ниското ниво на подготовка по математика е много сериозен при голяма част от студентите по икономика, тъй като те обикновено са хора с възможности и нагласа повече към хуманитарните науки, а не към техническите. Изучаването на различни икономически специалности обаче е свързано със задължително познаване на различни елементи от математическия апарат, които се използват за решаване на различни практически проблеми. Немислимо е например един бакалавър или магистър по икономика да не може да борави с проценти, да не може да определя процентни изменения, да не разбира понятието функ-

ционална зависимост, да не разбира смисъла на вероятностните методи и подходи при анализ на икономически явления и процеси.

Ниското ниво на подготовка по математика на студентите по икономика, заедно с липсата на мотивация да изучават математика, предопределя трудностите, които имаме при преподаване на дисциплината Приложна математика в икономически специалности в Икономически университет – Варна. С оглед доброто осмисляне и овладяване на математически понятия, които често изглеждат твърде абстрактни за студентите, се налага да се прилагат различни педагогически подходи.

Целта на авторите в настоящия доклад е да идентифицират проблеми в подготовката върху училищния материал по математика на студентите и да представят някои методи за преподаване на математика за икономисти, които са базирани на разясняване на същността на математическите понятия чрез реални икономически примери.

Идентифициране на проблеми в подготовката на студентите по математика

Спадът в математическата грамотност на студентите се наблюдава всяка следваща година и предвид това в началото на семестъра, на първата лекция по Приложна математика провеждаме тест „Входящо ниво“ с всички студенти, който има за цел да ни ориентира за средното ниво на тяхната подготовка. Включват се задачи, които имат за цел да проверят най-елементарни способности на студентите да смятат с обикновени и десетични дроби, както и да решават елементарни уравнения, неравенства и системи.

В началото на учебната 2022/2023 г. беше проведен следният тест „Входящо ниво“:

Задача 1. Изразът $\left(3 \cdot \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5}\right) : \frac{3}{40}$ е равен на:

- a) $\frac{13}{15}$ b) 9 c) 18 d) $\frac{15}{13}$

Задача 2. Решенията на квадратното уравнение $x^2 - 3x + 2 = 0$ са:

- a) 1 и 2 b) -1 и -2 c) 1 и -2 d) -1 и 2

Задача 3. Решенията на неравенството $x^2 \leq 0$ са:

a) няма решение b) $x \in (-\infty; 0]$ c) $x = 0$ d) $x \in [0; +\infty)$

Задача 4. Решението на системата $\begin{cases} x + 2y = -1 \\ 2x - y = 8 \end{cases}$ е:

a) (3; 1) b) (3; 2) c) (1; -2) d) (3; -2)

Задача 5. Пресметнете израза: $(-3) \cdot 0,3 - 2 \cdot 0,2 + 0 \cdot 0,4 + 4 \cdot 0,3$.

a) 0,1 b) -0,1 c) 2,5 d) 2,9

Тестът е направен от 526 студенти от 4 потока. На студентите беше позволено да използват калкулатори, но въпреки това считаме, че показаните резултати са доста тревожни.

Най-съществените изводи, които следват от проведения тест се свеждат до следното. Процентът на студентите, които са решили правилно всичките 5 задачи се изменя от 4% в един от потоците до 32% в друг поток. Приблизително 15% от студентите са решили правилно само една задача или нямат нито една вярна задача.

Около 40% от студентите не могат да решат задача 1 и задача 5, които са свързани с елементарни пресмятания, дори и с помощта на калкулатор. Около 80% от студентите успяват да решат квадратно уравнение (задача 2), но около 70% не могат да решат най-елементарно квадратно неравенство (задача 3). Около 50% от студентите, участвали в проведения тест са решили система с две линейни уравнение и две неизвестни (задача 4).

Посочените резултати действително определяме като тревожни и ще си позволим да изкажем становище, че липсата на задължителна матура по математика в училище води до възникването на този проблем. Фактът, че студентите са с много ниско ниво на математическа грамотност налага да се използват по-специфични подходи, включително и да се възстановяват пропуснати знания от училищния материал.

Някои подходи при преподаване на математика на студенти по икономика

Неспособността на съществен процент от студентите да се справят дори и с елементарни изчислителни задачи изисква да се проявява

особено търпение и да се отделя време за припомняне на основни неща. При представяне на решения на различни задачи се разписват подробно решенията, дори изчислителни действия в тях. Всички математически постановки се представят с конкретни примери, които имат отношение към икономическите проблеми и задачи.

Считаме, че по принцип идеята при изучаване на фундаментални дисциплини, в това число и Приложна математика е, те да бъдат представени в тяхната научна строгост и последователност, а приложенията им да се разработват в следващите години при изучаване на специални икономически дисциплини. Въпреки това, за да останат все пак някакви нови и трайни знания у студентите, които те да могат да прилагат в последващото си обучение, се налага всички математически понятия да бъдат представяни с конкретни практически примери. Едва след като понятията бъдат осъзнати от студентите на база разгледаните примери, можем да дадем някаква математическа постановка в общия случай.

Ще представим подходите си за преподаване на математически понятия на базата на постановката на темата „Процент. Процентни изменения“.

Например, при въвеждане на понятието „процент“ казваме, че то произлиза от латинските думи *pro* (на, за) и *centum* (сто) и се означава със символа $\%$. Така 5% означава всъщност „5 на сто“ от някакво количество. За да определим какво точно стои зад тези 5% , трябва цялото количество да се раздели на 100 равни части и да вземем 5 от тях. Едва след това се обобщава че, ако числото L е равно на $p\%$ от числото K , то може да се изчисли по формулата $L = \frac{p}{100} \cdot K$. След като бъде обяснено, че в последната формула трябва да са известни два от трите параметъра, преминаваме към конкретни задачи като например:

- Каква е сумата, съставляваща $6,5\%$ от 120 лв.?
- Ако от общо 165 изделия 28 са дефектни, то какъв е процентът на качествените изделия?
- От общия брой участници в дадено състезание 40% са жени. Ако техният брой е 80, то какъв е броят на участващите мъже в това състезание?

Разбира се, макар и малък процент, но има и студенти, които се отличават с висока математическа грамотност. На такива студенти могат

да бъдат предоставени допълнителни задачи за самостоятелни разсъждения, като например:

- Възможно ли е L да е по-голямо от K ? Ако дадете утвърдителен отговор, предложете конкретен практически пример.
- Ако $p\%$ от K^2 лева са q лева, а $\frac{1}{p}\%$ от K лева са q^2 лева, то какво е отношението $\frac{K}{q}$?
- В какви граници може да се изменя отношението $\frac{L}{K}$? Дайте конкретни примери от практиката.

След това се преминава към разглеждане на процентни изменения. Обяснява се, че те имат голямо приложение в практиката, включително при анализ на икономически явления и процеси, когато се борави с динамично променящи се фактори. Даден фактор в един момент има някаква стойност, а в друг момент има друга стойност. Един от важните въпроси, на които трябва да бъде намерен отговор е, какво е процентното изменение на фактора от единия към другия момент?

Разглеждаме първо конкретен пример. Цената на даден продукт през 2019 г. е 3,80 лв., а през 2020 г. е 4,20 лв. С колко процента се е повишила цената през 2020 г. спрямо 2019 г.?

Представяме подробно решението. Първо пресмятаме изменението на цената в абсолютни единици, т.е. цената се е повишила с 0,40 лв. Тъй като говорим за това, какъв процент е изменението спрямо 2019 г., то $L = 0,40$, $K = 3,80$ и се търси p , то $p = \frac{100 \cdot L}{K} = \frac{40}{3,80} \approx 10,53\%$.

Представяме втори пример. Нека разгледаме предходния пример, но се търси с колко процента цената през 2019 г. е била по-ниска спрямо цената през 2020?

Отново представяме подробно решението на задачата. Разликата в цените през 2019 г. и 2020 г. е -0,40 лв. и тъй като се пита какво е изменението спрямо 2020 г., то в случая $L = -0,40$, $K = 4,20$ и $p = \frac{100 \cdot L}{K} = -\frac{40}{4,20} \approx -9,52\%$, т. е. изменението е 9,52%, а знакът „-“ означава, че става въпрос за намаление.

Едва на този етап, на основата на разгледаните два примера стигаме до следния обобщен извод. Ако количественият фактор F има стойности в моментите t_1 и t_2 , съответно F_{t_1} и F_{t_2} и се търси процентното

изменение p спрямо t_1 , то се определя по формулата $p = \frac{F_{t_2} - F_{t_1}}{F_{t_1}} \cdot 100$.

Ако се търси процентното изменение p спрямо момента t_2 , то се определя по формулата $p = \frac{F_{t_1} - F_{t_2}}{F_{t_2}} \cdot 100$.

Разглеждаме и друга практическа ситуация, която може да възникне, а именно. Нека става въпрос за анализ и сравнение на два различни количествени фактора F_1 и F_2 . Могат да бъдат зададени два въпроса.

Първи: С колко процента вторият фактор се различава от първия? Това се определя по формулата $\frac{F_2 - F_1}{F_1} \cdot 100$.

Втори: С колко процента първият фактор се различава от втория? Това се определя по формулата $\frac{F_1 - F_2}{F_2} \cdot 100$.

На студентите, които са отличават с добро ниво на владение на математика, могат да бъдат предоставени допълнителни задачи за самостоятелни разсъждения, като например:

- Ако цените на два продукта са съответно P_1 и P_2 и $P_2 > P_1$, то кое е по-голямо: процентът с който цената P_2 е по-висока от цената P_1 или процентът, с който цената P_1 е по-ниска от цената P_2 ?
- Нека стойността на един количествен фактор в даден момент от време t е F_t , което е с $p\%$ по-малко от стойността на количествения фактор след една година. Да се намери стойността на количествения фактор след една година.
- Нека стойностите на количествения фактор F през всеки месец от годината са съответно F_1, F_2, \dots, F_{12} . Да се намери средно месечният процент на изменение на фактора F през тази година.
- Нека количественият фактор F в даден момент има стойност F_1 , след време t_1 стойността му е с $p_1\%$ по-голяма спрямо F_1 и след още време t_2 , стойността му е с $p_2\%$ по-голяма от стойността в предходния момент. С колко процента стойността на фактора F в крайния момент е по-голяма, спрямо стойността му в началния момент?

Тук бяха разгледани примери и съответните подходи за тяхното осмисляне и разбиране само по темата „Процент. Процентни изменения“

към раздела „Финансова математика“. Разгледаните подходи за представяне на материала, като се започне с конкретните икономически проблеми и едва тогава въвеждане на математическия апарат за решаването им се прилагат при преподаване на всички теми в дисциплината „Приложна математика“.

Заклучение

Въз основа на направените анализи в настоящия доклад, а и на база дългогодишния преподавателски опит на авторите, можем да направим някои изводи. Ниското ниво на подготовка на студентите върху училищния материал по математика налага да се прилагат различни подходи за разясняване на математическите понятия, които са базирани на въвеждане на много конкретни практически примери, подробно разписване и обясняване дори и на елементарни задачи. Едновременно с това, за да бъдат ангажирани в учебния процес и по-силните по математика студенти, за тях следва да се представят по-сложни, теоретични задачи, които да развият и надградят знанията им.

Литература

- [1] Р. Николаев, Д. Суружон, Т. Стоянов, Т. Запрянова, Т. Милкова, Р. Мирянов, *Приложна математика*, Варна: Наука и икономика, 2021, ISBN: 978-954-21-1060-6.

Росен Николаев^{1,*}, Танка Милкова²

^{1,2} Икономически университет – Варна, Факултет „Информатика“,

Катедра „Статистика и приложна математика“

бул. „Княз Борис І“ 77, Варна, България

Автор за кореспонденция: tankamilkova@ue-varna.bg

SOME PEDAGOGICAL APPROACHES TO TEACHING MATHEMATICS TO ECONOMISTS

Rosen Nikolaev, Tanka Milkova

Abstract. *Traditionally, mathematics is difficult to understand for a large number of students, especially those who study mathematics as an auxiliary tool for mastering special disciplines. In order to properly understand and*

master mathematical concepts that often seem too abstract to students, different pedagogical approaches need to be applied. This report presents some methods of teaching mathematics to economists, which are based on explaining the essence of mathematical concepts through real economic examples.

Key Words: Pedagogy, Mathematics for Economists.

Key Words: Pedagogy, Mathematics for Economists.